

LAHENDUSED 9.klass

1. Vastus: 150 eurot

Lahendus:

1. võimalus: Olgu x reisile võetud rahasumma. Siis esimese päeva lõpuks sellest järgi jäi $0,8x - 20$ eurot. Teise päeva lõpuks jäi alles $0,7 \cdot (0,8x - 20) - 30$ eurot ehk 40 eurot. Tekib võrrand

$$0,7 \cdot (0,8x - 20) - 30 = 40$$

mille lahend on $x = 150$

2. võimalus: Alustame lõpust. Kolmandal päeva alguses oli tal 40 eurot. Teise päeva alguses oli tal $(40 + 30) : 0,7 = 100$ eurot. Esimese päeva alguses oli tal $(100 + 20) : 0,8 = 150$ eurot.

Hindamine:

1. võimalus (võrrandi abil)

Muutuja sisse toomine	1p
Leitud esimese päeva lõpuks järgi jäänud rahasumma	2p
Leitud teise päeva lõpuks järgi jäänud rahasumma	2p
Koostatud ja lahendatud võrrand	2p

2. võimalus (kui alustada lõpust)

Tähelepanek, et saab lõpust alustada	1p
Leitud teise päeva alguses olnud rahasumma	3p
Leitud esimese päeva alguses olnud rahasumma	3p

Ainult õige vastuse eest anda 2 punkti.

2.Vastus: ainus väärtus 1004

Lahendus:

Sellest, et arvu 2013 jagamisel arvuga n tekib jääk 5, saame teha kaks järeldust: arv n on arvust 5 suurem ja see jagab arvu $2013 - 5 = 2008$. Järelikult arvu n võimalikud väärtused on sellised arvu 2008 tegurid, mis on arvust 5 suuremad.

Lahutame arvu 2008 algteguriteks: $2008 = 2^3 \cdot 251$ Seega n väärtusteks sobivad järgmised arvud: 8, 251, 502, 1004 ja 2008.

Teame, et jagamisel 5-ga peab arv n andma jäägi 4, see tähendab, et arvu n viimaseks numbriks peab olema kas 4 või 9. Näeme, et ainult arv 1004 rahuldab seda tingimust.

Hindamine:

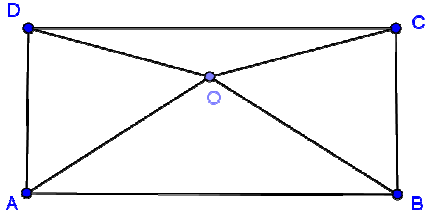
Põhjendatud, et arvu n võimalikud väärtused on arvust 5 suuremad	1p
Põhjendatud, et arvu n võimalikud väärtused on arvu 2008 tegurid	2p
Leitud, et ülesande esimest tingimust rahuldavad vaid arvud 8, 251, 502, 1004 ja 2008	2p
Põhjendatud, et ainult arv 1004 rahuldab ülesande teist tingimust (annab 5-ga jagamisel jäägi 4)	2p

Ainult õige vastuse eest anda 2 punkti.

3. Vastus: b) 6 pindalaühikut

Lahendus:

a) 1. võimalus: Kolmnurk AOB on võrdhaarne alusega AB , seega selle haarad AO ja BO on võrdsed ning alusnurgad OAB ja OBA on samuti võrdsed.

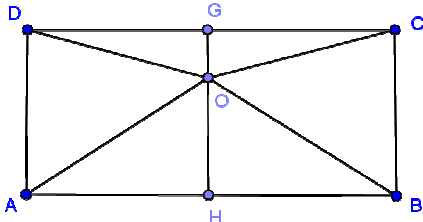


Vaatleme kolmnurgad OAD ja OBC . Need kolmnurgad on võrdsed tunnuse KNK põhjal:

- $AO = BO$ kui võrdhaarse kolmnurga haarad
- $AD = BC$ kui ristküliku vastasküljed
- $\angle OAD = \angle OBC$, kuna $\angle OAD = 90^\circ - \angle OAB = 90^\circ - \angle OBA = \angle OBC$

Järelikult $OC = OD$ kui võrdsete kolmnurkade vastavad küljed.

2. võimalus: Teame, et võrdhaarse kolmnurga alusele tõmmatud kõrgus osutub ka mediaaniks. Võrdhaarses kolmnurgas AOB tõmbame alusele AB kõrguse OH . Siis H on lõigu AB keskpunkt. On selge, et sirge OH jaotab ristküliku täpselt pooleks. Olgu G sirge OH ja lõigu CD lõikepunkt. Kuna OG on lõiguga CD risti ja jaotab lõiku CD pooleks, siis kolmnurk COD on võrdhaarne.



b) Ristküliku $BCGH$ pindala on 2 korda väiksem ristküliku $ABCD$ pindalast. Kolmnurga BOC pindala on omakorda 2 korda väiksem ristküliku $BCGH$ pindalast. Seega ristküliku $ABCD$ pindala on 4 korda suurem kui kolmnurga BOC pindala, st see on võrdne $4 \cdot 13 = 52$ pindalaühikut. Järelikult kolmnurga COD pindala on võrdne $52 - (20 + 13 + 13) = 6$ pindalaühikut.

Hindamine:

- | | |
|--|----|
| a) osa tõestus | 3p |
| b) osas leitud ristküliku $ABCD$ pindala | 2p |
| b) osas leitud kolmnurga COD pindala | 2p |

4. Vastus: 48

Lahendus:

1.võimalus: Võrdus $3a - b = c + 12$ on samaväärne võrdusega $b + c = 3a - 12$. Seega

$$\begin{aligned} 3a^2 - ab - 4b - ac - 4c &= 3a^2 - b(a + 4) - c(a + 4) = 3a^2 - (a + 4)(b + c) = \\ &= 3a^2 - (a + 4)(3a - 12) = 3a^2 - 3(a + 4)(a - 4) = 3a^2 - 3(a^2 - 16) = 3a^2 - 3a^2 + 48 = 48 \end{aligned}$$

2.võimalus: Võrdus $3a - b = c + 12$ on samaväärne võrdusega $b + c = 3a - 12$ ja $3a - b - c = 12$. Seega

$$3a^2 - ab - 4b - ac - 4c = a(3a - b - c) - 4(b + c) = 12a - 4(3a - 12) = 12a - 12a + 48 = 48.$$

Hindamine:

Avaldis teisendatud sobivale kujule (et saaks etteantud võrdust rakendada) 3p

Tehtud asendus 2p

Arvutatud avaldise väärtus 2p

Ainult õige vastuse eest anda 2 punkti.

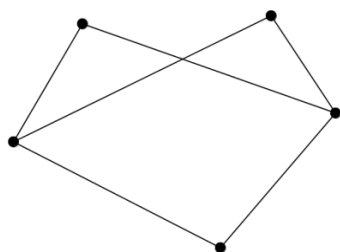
Juhul, kui vastus on saadud arvude a , b ja c mingi sobivate väärtuste korral (nt $a = 5$, $b = 2$ ja $c = 1$ korral), siis anda kokku 3 punkti.

5. Vastus: 4

Lahendus:

Joonisel on kokku 10 lõiku (mis ühendavad antud punkte) ja 10 kolmnurka (mille kõikideks tippudeks on antud punktid). Iga lõik on kolme erineva kolmnurga küljeks, st ühe lõigu kustutamisel kolmnurkade arv ei vähene rohkem kui kolme võrra. Järelikult tuleb kustutada vähemalt 4 lõiku.

Jooniselt on näha, et nelja lõigu kustutamisest ka piisab.



Hindamine:

Põhjendatud, et tuleb kustutada vähemalt 4 lõiku 3p

Leitud õige vastus 1p

Toodud näide 3p